平成３１年度入学試験問題

数　学

（教員養成課程）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまでは，この問題冊子を開かないこと。

2　問題冊子は表紙を含めて１～３ページです。

3　解答用紙は３枚，計算用紙は１枚です。

4　解答は指定された解答用紙に記入すること。裏面には何も書かないこと。

5　受験番号は解答用紙の指定欄に記入すること。

6　解答は，答えだけではなく，計算の過程や説明も書くこと。

7　解答用紙のみを提出し，問題冊子・計算用紙は試験終了後，持ち帰ること。なお，いかなる理由があっても解答用紙以外（計算用紙など）は受理しません。

8　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は，手を挙げて監督者に知らせること。

問題 1 (60 点)

関数 $y=\sin x\sin 2x+\cos x$ について, 次の問いに答えよ。ただし, $\frac{\pi}{2}\leqq x\leqq \pi$ とする。

(1) $\cos\frac{3}{4}\pi=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ であることを説明せよ。

(2) $t=\cos x$ とおく。t の値の範囲を求め, y を t の式で表せ。

(3) y の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

問題 2 (70 点)

座標平面上の 3 点 A$(1,0)$, B$(2,0)$, P(s,t) を頂点とする △ABP について, 次の問いに答えよ。ただし, $t>0$ とする。

(1) △ABP の頂点 A, B, P から, それぞれの対辺またはその延長上に下ろした垂線が 1 点 H で交わることを証明せよ。

(2) 点 P が曲線 $y=\frac{1}{x}$ $(x>0)$ 上を動くとき, (1) の点 H について, その軌跡の方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた軌跡と x 軸とで囲まれた図形のうち, x 軸の上側の部分の面積を求めよ。

問題 3 (70 点)

三角形 ABC がある。点 P は頂点 A から出発し, 隣の 2 つの頂点のどちらかに, 等しく $\dfrac{1}{2}$ の確率で次々に移動する。n を自然数とし, n 回目の移動のあとに点 P が頂点 A, B, C にある確率を, それぞれ a_n, b_n, c_n とする。例えば, $n = 1$ のときは, $a_1 = 0$, $b_1 = c_1 = \dfrac{1}{2}$ である。次の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} を b_n と c_n を用いて表せ。

(2) すべての n について, $b_n = c_n$ が成り立つことを数学的帰納法によって示せ。

(3) a_{n+1} を a_n を用いて表し, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $|a_n - b_n|$ が 10^{-5} より小さくなる最小の n を求めよ。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。