

平成30年度 北海道教育大学札幌校

編入学試験 問題用紙

教員養成課程 理数教育専攻 算数・数学教育分野

平成29年11月26日

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この表紙を開かないこと。
- 2 この問題用紙は1枚、解答用紙は3枚、下書き用紙は1枚あります。
- 3 「問題1」「問題2」「問題3」すべてに解答すること。
- 4 解答用紙は、「問題1」「問題2」「問題3」ともに1枚あります。
- 5 受験番号は、解答用紙の指定欄に記入すること。
- 6 解答用紙3枚を提出し、表紙・問題用紙・下書き用紙は、試験終了後持ち帰ること。なお、いかなる理由があっても解答用紙以外は受理しません。
- 7 試験中に、問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は、手をあげて監督者に知らせること。

専門科目 (1/1)

問題 1. S を空ではない有限集合とする。以下の問いに答えよ。(100 点)

- (1) $f: S \rightarrow S$ を写像とするとき、次の 3 条件は互いに同値であることを証明せよ。
- (a) f は全単射である。
 (b) f は単射である。
 (c) f は全射である。
- (2) S の元の個数を n とすると、集合 $\{f \mid f: S \rightarrow S \text{ は全単射である}\}$ は $n!$ 個の元よりなることを証明せよ。

問題 2. 数列 $\{a_n\}$ に対して、 $d_n = a_{n+1} - a_n$ とおく。階差数列 $\{d_n\}$ が極限 d をもつとすると、以下の問いに答えよ。(100 点)

- (1) $\{d_n\}$ が単調増加で数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ が極限をもつならば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} \leq d$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\{d_n\}$ が単調増加と仮定しない一般の場合において、数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ は収束して $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = d$ が成り立つことを示せ。

問題 3. 実 $n \times n$ 行列 A は関係式 ${}^tAA = A{}^tA = E_n$ を満たすとき直交行列という。ただし E_n は $n \times n$ 単位行列である。以下の問いに答えよ。(100 点)

- (1) 直交行列の行列式は ± 1 となることを示せ。
- (2) 2×2 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が直交行列になるための必要十分条件は、
 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1, ac + bd = 0$ であることを示せ。
- (3) 2×2 直交行列 A のうち行列式が 1 となるものは、ある実数 θ があって $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ と表されることを示せ。