

面積比の利用 ~ お得なピザはどれ? ~

1. 動機と目的

相似な図形には、相似比にもとづいて、面積比が存在するということを学んだ。
授業で学んだことをもとに、より日常生活に合わせた「面積比の考え」の利用方法について考えてみようと思、た。

2. 調査結果

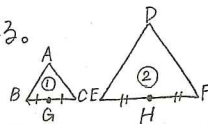
〈問題〉 N社のピザは、直径30cmで2204円、M社のピザは直径35cmで2880円です。
どちらのピザがよりお得でしょうか?

・このとき、2つのピザのそれぞれの面積を求めようとすると、 $(35 \div 2)^2 \times \pi$ などという大変な計算が必要になってしまう。
そこで、今回学習した「面積比」の考えを使う。

面積比の求め方と考え方

・相似比が $a:b$ の図形の面積比は、 $a^2:b^2$ となる。

↳ 例) 相似比が 1:2 の $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ →



$$\begin{cases} \textcircled{1} BC \times AG \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} BCAG \\ \textcircled{2} 2BC \times 2AG \times \frac{1}{2} = 2BCAG \end{cases} = 1:4$$

(1) 面積比をもとに、面積「1」あたりの値段を求めて比較する

・NとMは直径が30:35なので、相似比は6:7。よって面積比は36:49

$$\left. \begin{array}{l} N \dots 2204 \div 36 = 61.22 \\ M \dots 2880 \div 49 = 58.78 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \textcircled{高} \\ \textcircled{円} \end{array} \quad 61.22 > 58.78$$

よって、M社のピザの方が、N社のピザよりお得である

(2) N社の値段を基準としたときの、面積比と一致する値段を求めて、M社の値段とを比較する

・N:Mの面積比は36:49なので、 $N:M = 2204:x = 36:49$

$$36x = 107996$$

$$x = 2999.89 \dots \quad \begin{array}{l} \text{N社を基準としたときの} \\ \downarrow \text{M社のサイズの値段} \end{array} \quad 2999.89 \text{円} > 2880 \text{円} \Rightarrow \textcircled{O}$$

(3) 2つのピザの値段が2つの面積比と一致するとして直径を求め、比較する (N社の直径をそのままにする)

$$\begin{aligned} 2204:2880 &= 30^2:x^2 && \text{M社の値段=文字対応する} \\ 2204x^2 &= 2592000 && \downarrow \text{直径の長さ} \\ x^2 &= 1176.04 \dots && x = \sqrt{1176.04}, 35 = \sqrt{1225} \text{で、} x < 35 \Rightarrow \textcircled{O} \end{aligned}$$

〈応用〉 R君の家でピザを注文することになりました。P社では、Mサイズ(直径25cm)が2500円、Lサイズ(直径30cm)が3900円で、どちらのピザも、2枚注文すると、30%割引になるそうです。R君のお父さんは、「最大で2340円安くなるらしいから、Lサイズを2枚注文しよう」と言いましたが、R君は「Mサイズを2枚注文した方がお得だよ」と言いました。それはなぜでしょうか。

(R君の考え方) ・Mサイズの場合... $2500 \times 2 \times 0.7 = 3500$ $3500 \div (2500 \times 2) = 0.7 \dots$ 3割引

・Lサイズの場合... M:L = 5:6 つまり面積比は25:36 $2500:x = 25:36$ $x = 3600$

Mを基準とするなら、Lは3600円のはず。今... $3900 \times 2 \times 0.7 = 5460 \rightarrow 5460 \div (3600 \times 2) = 0.75 \dots$ 2.5割引

3. 考察 ・面積の関わる計算は数字が大きくなりやすいため、面積比の考え方を工夫して利用することで、簡単に計算できるようになる。

また、電卓がなくても(2)の方法(今回だと $2204 \div 36 \times 49$ をする)、紙とペンのみあるときは(1)の方法、というように、日常生活で利用するときは、条件によって使い方を変えていく必要がある。

4. 感想 数学が日常生活に役立つのは嬉しい。〈応用〉を考えると、「お得」という捉え方は、考え方によって異なるため、面白いと思、た。

黄金比とは...

1. 動機と目的

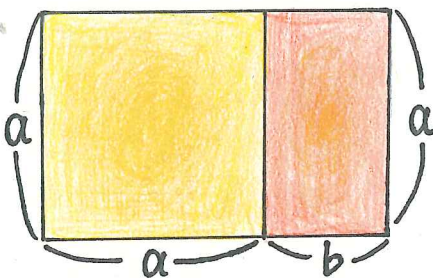
相似の学習を通して、さらに相似の発展的内容への理解をできるようにしたいと思ったから。また、数学への学びを深めることで、数学自体への関心を高めると共に苦手な図形分野の理解力の向上を図るため。

2. 調査結果

黄金比 = ギリシャ時代から、最も調和のとれた美しい比と考えられたもの。 $1: \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ とされている。
一般におよそ 5:8 であるとされる。

■ 黄金比の求め方

— 黄金比の定義「長方形から辺を共有する正方形を切り取った時に、残った長方形が元のものと相似になるような特殊な長方形の辺の比率」を利用 —



この定義を式で表すと... $(a+b):a = a:b$
 黄金比は黄金長方形の辺の比率だからそれを x とすると $a = bx$ となる。
 この式を上の定義式に代入し、比例式の性質を利用して整理する。

$$a:b = x:1 \quad (a+b):a = a:b \quad b^2 + b^2x - b^2x^2 = 0$$

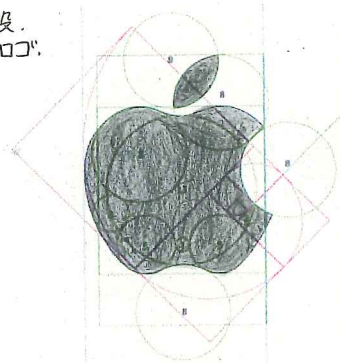
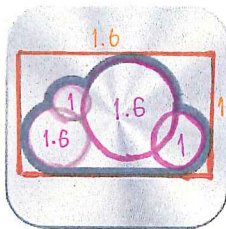
$$a = bx \quad b(a+b) = a^2 \quad x^2 - x - 1 = 0$$

$$b^2 + ab - a^2 = 0 \quad x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - (-4)}}{2}$$

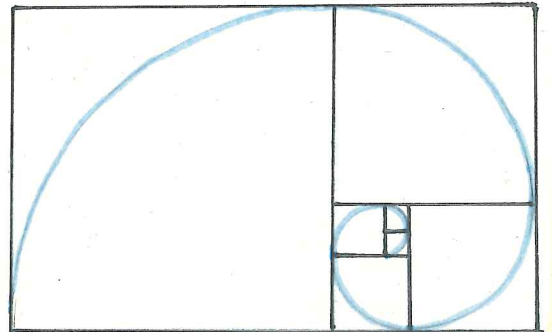
$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} //$$

■ 黄金比を使った例

- <海外> ミロのヴィーナス、パルテノン神殿、Twitterのロゴ、Appleのロゴ、icloudのロゴ、サクラダ・ファミリア、モナリサ
- <日本> 唐招提寺の金色堂、金閣寺、神奈川沖浪裏、竜安寺の石庭
- <自然界> ヒマワリ、トンボ、台風、オウムガイの殻、銀河のらせん、アンモナイト、貝がら



黄金比を利用して美しい図形を描く事もできる。



3. 考察

今回の学習を通して、「黄金比」は美術作品、建造物などだけでなく、私達の身の回りにあるもの = 身近なものの中にも黄金比が活用されているものが意外とたくさんあるのだとわかりました。私も普段、利用しているアプリのロゴも工夫がなされており、黄金比がかくされていたことには驚きましたし、このような大きな企業でも活用されている、という黄金比のすばらしさもわかります。また、さらに使えば、より調和のとれたものへとつながっていくと思うし、そうすれば多くの人に親しまれる可能性も増えていくと思います。

4. 感想

本時の調べ学習より、今まで書いたことはあったがやり方はわからない、といった黄金比が少し理解できたのでよかったです。最初の目的に書いてあるように、苦手な図形分野ではありましたが、このようにして納得のいくまでしっかり調べていくことができたのでよかったです。また、調べている途中に、「白銀比」というものがあることを知りました。そして、それは黄金比よりも日本人に馴染みがあるものらしいのです。そこで、私は、白銀比とはいったいどのようなものなのか、そして黄金比とのちがいは何なのか調べてみたいと感じました。また、それがなぜ黄金比よりも日本人に馴染みがあるのか、そこが一番知りたいです。

5. 参考文献

- ・ [教科] 「黄金比」を計算する方法 | 大人が学び直る数学
- ・ まとめ、黄金比が使われている有名アート作品 | MUSEY MAG
- ・ 黄金比・白銀比・青銅比... テキサスの参考になる数学的比率 - NEVER まとめ
- ・ 黄金比とは、黄金比を使ったすごいデザインテクニックのまとめ - Webデザイン、紙デザイン
- ・ 人が嫌でも美しいと感じてしまう黄金比って? 教科ルールと使えるツール紹介 | ferret

インターネットのホームページより