

日時 令和3年1月28日(木)
授業場 3年C組教室

生徒 3年C組
授業者 赤本純基

1. 単元名

6章 円

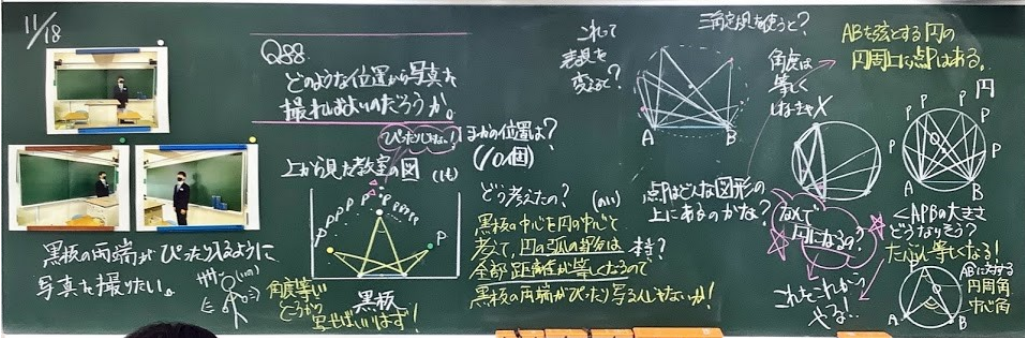
2. 単元の目標

- (1) 円周角と中心角の関係の意味を説明し、それが証明できることを知る。また、それを利用して図形の性質について説明する技能を身に付ける。
- (2) 数学的な推論の過程に着目し、円周角と中心角の関係や図形の性質を論理的に考え、説明することができる。
- (3) 円周角と中心角の関係について、証明の必要性や意味及びその方法を考え、学んだことを生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

3. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①円周角と中心角の関係の意味を説明し、それが証明できることを知っている。また、それを利用して図形の性質について説明している。	①円周角と中心角の関係を見だし、その関係が成り立つ理由を説明することができる。 ②円周角と中心角の関係を利用して、図形の性質について説明することができる。	①円周角と中心角の関係について、証明の必要性や意味及びその方法を考えようとしている。 ②円周角と中心角の関係について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③円周角と中心角の関係を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

4. 単元のデザイン (全 10 時間)

時	○学習活動・学習内容 <u>手立て</u>	評価の観点		
		知	思	態
1	<p>○黒板の両端がぴったり入るように、写真をカメラのズームを使わずに撮りたいとき、どのような位置から撮ればよいのか考える活動を通して、その位置の集合は同一円周上にあることに気付く。</p> <p>○円周角の意味を知り、1つの弧に対する円周角の大きさは一定であることを予想する。</p> 	①		

<p>2</p>	<p>○1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分の大きさであることを説明できる。また、それを利用して角の大きさを求める。</p>	<p>①</p>	<p>①</p>
<p>3</p>	<p>○円に内接する四角形の対角の一方の角度が与えられているとき、もう一方の対角の角度を求める方法を説明できる。また、円に内接する四角形の対角の和は180度になることを知る。 ○円周角の定理を利用して、角の大きさを求める。</p>	<p>①</p>	<p>①</p>
<p>4</p>	<p>○1つの円において等しい弧に対する円周角は等しいことや、等しい円周角に対する弧は等しいことに気が付き、それを利用して図形の性質について説明する。</p>	<p>① 記録</p>	<p>①</p>
<p>5</p>	<p>○△ABCの辺ABを直径とする円Oをかき、辺BCとの交点をDとすると、AD ⊥ BCとなる理由を説明することを通して、直径と円周角の定理が成り立つことに気が付き、その定理の逆が成り立つこと知る。また、それを利用して角の大きさを求めたり、図形の性質について説明する。</p>	<p>① 記録</p>	<p>①</p>

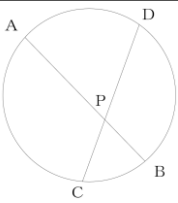

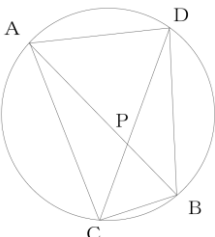

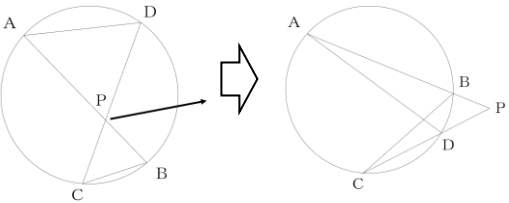
6	<p>○2点C, Pが直線ABの同じ側にあり, $\angle ACB = \angle APB$ならば, 4点A, B, C, Pは一つの円周上にあるという円周角の定理の逆を証明する必要性に気付き, その方法を読み取る。</p>	①	①
7	<p>○円周角の定理の逆を利用して, 4点A, B, C, D, E, Fが一つの円周上にあるかどうかを判断する。</p>	① 記録	
8	<p>○円Oの円外の点Aがあたえられているとき, 点Aから, この円への接線を作図する方法を円周角と中心角の関係を利用して説明する。</p>	②	② 記録
9	<p>○円の内部に点PをとりPを通る2つの直線をかき, 円と直線の交点どうしを結ぶときに, 相似な三角形の組はどれなのか, 円周角の定理を利用して証明する。 ○点Pを円の外部に動かしたときにも, 原問題で証明した事柄が成り立つのかどうかの証明について, 条件を変える前の証明から変わる部分や変わらない部分があることを説明する。</p>	② 記録	③
10		全 記録	

5. 本時の目標 (9/10)

円の内部に点PをとりPを通る2つの直線をかき、円と直線の交点どうしを結ぶときに、相似な三角形の組はどれなのか、円周角の定理を利用して証明できる。

点Pを円の外部に動かしたときにも、原問題で証明した事柄が成り立つのかどうかの証明について、条件を変える前の証明から変わる部分や変わらない部分があることを説明できる。

6. 本時の展開

<p>学習活動：児童・生徒の姿、手立て 教師の働きかけ（○発問、△補助発問、□指示・説明）</p>	<p>◇評価の内容、【 】評価の観点 ・指導上の留意点</p>
<p>1. 問題把握と課題の明確化</p> <p>問題</p> <p>右の図で、相似な三角形の組はどれだろうか。</p> 	<p>・ノートに円をかき点Pを好きな位置にとり、Pを通る2つの直線をかかせて、「相似な三角形の組はどれだろうか」と板書し、問題を提示する。</p>
<p>・△APDと△CPB ・△ACPと△DBP</p> <p>○本当かな？まずは、△APDと△CPBについて考えよう。ノートの図はみんなばらばらなのに、いつでも相似といえるのかな？</p> <p>・図では相似に見える。 ・証明すればいつでもがいえる。</p>	<p>・相似な三角形の組はどれか予想させる。 ・ロイロノートで三角形に色をつけさせて、提出させる。</p> 
<p>課題</p> <p>円の内部に点Pをとり、Pを通る2つの直線をかき、円と直線の交点どうしを結ぶとき、△APDと△CPBはいつでも相似といえるかどうかは、どのように証明すればよいのかな？</p>	
<p>2. 個人思考・集団思考</p> <p>証明の方針</p> <p>① △APD\sim△CPBを証明するためには、三角形の相似条件を使えばよさそう。長さは示されていないから、きっと「2組の角がそれぞれ等しい」を根拠にできる。</p> <p>② △APDと△CPBの角について、等しいといえるものを探せばよい。</p> <p>③ ②の根拠は円周角の定理や対頂角の性質が使えるそう。</p> <p>証明</p> <p>△APDと△CPBにおいてBDに対する円周角は等しいから</p> <p>$\angle PAD = \angle PCB$... ①</p> <p>対頂角は等しいから</p> <p>$\angle APD = \angle CPB$... ②</p> <p>① ②より、2組の角がそれぞれ等しいから</p> <p>△APD\sim△CPB</p>	<p>・後半に条件を変更した場合について考える文脈を自然に設定できるように、△APDと△CPBが相似であることは、いつでもいえるのか問いかけ、考えることを焦点化し、証明する必要性をおさえる。</p> <p>・証明を書くことができるようにするために、証明を構想する活動を取り入れる。その際、結論を導くために何がわかればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりすることで証明の方針を立てることができるようにする。</p> <p>・記述した証明をロイロノートで提出させて、比較検討する。</p> 
<p>○△ACPと△DBPは相似といえるのかな？</p> <p>・△APD\sim△CPBの証明と同じようにして証明できます。</p>	<p>◇条件を変える前の図から見いだした命題について、円周角の定理を利用して証明している。【思考・判断・表現】</p> <p>・問題を発展的に捉え、新たな活動の端緒をつかむようにする。</p>
<p>3. 振り返りと個人思考・集団思考</p> <p>○（点Pが動いた図を黒板に示して）では、点Pを円の外部に動かしたときにも、△APDと△CPBは相似といえるのかな？</p> <p>・きっと相似といえると思う。</p> <p>○条件を変える前の証明を変える必要はあるのかな？</p>	

- ①「BD に対する円周角は等しいから、～」のところは、ほとんど変えなくてよい。
- ②「対頂角は等しいから、～」のところは変えなくてはいけない。

証明

△APD と△CPB において
BD に対する円周角は等しいから

$$\angle AD = \angle PCB \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

対頂角は等しいから

$$\angle APD = \angle CPB \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

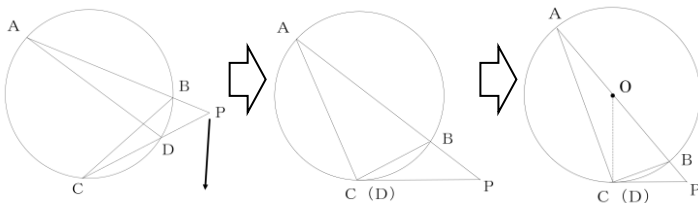
①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle APD \sim \triangle CPB$$

○証明から新たにどんな図形の性質がわかるかな？

- ・ $\angle PDA = \angle PBC$
- ・ $AP:CP = DP:BP = AD:CB$
- ・ $AP \times BP = CP \times DP$
- ・ $AP \times CB = CP \times AD$
- ・ $DP \times CB = BP \times AD$ (無理にすべては取り上げない)

○点 P が円の内部、外部どちらにあっても、
△APD ∽ △CPB より、 $AP:CP = DP:BP \rightarrow AP \times BP = CP \times DP$
が成り立ちます。これを方べきの定理といいます。次のように点 P を動かすと、 $AP \times BP = CP^2$ となります。この証明には、高等学校で学習する接弦定理を利用します。どんな定理なのか調べよう。(時間によっては省略する)



・条件を変える前と変えた後の2つの図を観察しながら三角形の組が相似になる条件を比較し、どちらの図においても成り立つ条件や成り立たない条件について確認する。

・条件を変える前の証明から変わる部分はどこかをロイロノートで提出させて比較検討させる。



◇条件を変えた後の図から見いだした命題について、条件を変える前の証明から変わる部分について説明している。【思考・判断・表現】

・証明を書くことだけでなく、証明を読む場面を設定し、証明の結果や過程を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにする。

・タブレット PC で調べさせて、調べた結果をロイロノートで提出させる。



■算数・数学科におけるリーダーシップ・フォロワーシップの育成について

算数・数学科における Ls/Fs 育成のポイントは「問題解決力・社会的協働性」

<算数・数学科で目指す子供の姿>

「リーダーシップ・フォロワーシップ」の育成のため、算数・数学科においては今年度、「問題解決力・社会的協働性」の育成に焦点をあて、研究を進めていく。算数・数学科における「問題解決力・社会的協働性」とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決するプロセスを遂行することを通して育成された、数学的に考える資質・能力と捉えた（文部科学省，2018）。

授業において「問題解決力・社会協働性」が最も表れる場面は、「集団思考」の場面である。このことについて、湊氏は次のように述べている。「知識は普遍的、客観的なものではなく主観的、個人的なものである。個人的知識を学級などにおいて練り合い、練り上げることは、社会的相互作用論によって支持されている。子どもの主体的活動のもとで知識は協働によって変容を遂げ、広い客観性を獲得する。練り合い、練り上げは知識の普遍化を達成する。練り合い、練り上げの活動を通して、個人で構成した知識の意味を明確化し、この知識と他の子どもが構成した知識との異同、自分の知識の特徴などが明確になる。（湊，1999 下線筆者）」このように、個人の資質・能力は、「集団思考」における対話的な学びによって確かなものとなるのである。

一人の子供の説明を他の子供がただ黙って聞いているのではなく、説明を聞いてどのように考えたのか読み取ろうとしなければ、「問題解決力・社会的協働性」は身に付かない。したがって、「集団思考」を通して、どの子供も自らの学習状況を把握し、学習の進め方について試行錯誤しながら、学ぼうとするように教師は働きかけを工夫しなければならないと考える。

本校算数・数学科における授業の指導過程
1 問題の把握
2 予想する
3 課題の明確化
個人思考・集団思考
4 課題を解決する
5 問題を解決する
6 練習をする
授業の流れは上の1～6を基本とするが、「いつでも」「必ず」というものではない。指導目標や問題、子供の実態などに応じて、柔軟に展開する。

算数・数学科における「目指す子供の姿」を実現するための手立て

- ①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する
- ②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり、式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる

①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する

「問題解決力・社会協働性」育成の成否は、「よりよい考えに高める・本質を明らかにする」という対話的な学びを中心に扱う「集団思考」にかかっている。そのためには、まず、子供に期待する反応や予想される反応をできうるかぎり想定する。そして、それらをどのような順番で取り上げて生かしていくか、精選された発問を用意し、その発問を提示するまでの計算された段取りを構想する。

②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり、式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる

「個人思考」と「集団思考」を段階的にとらえず、「自分なりの考えを暫定的にもち、集団で考え合い、問いが生まれたときに、要所で立ち止まり、個人やペアで考え、また集団で練り合う」など、よりよい考えに高めたり、事柄の本質を明らかにしたりするように適切に働きかける。その際、意図的に誤答や途中までの考えを取り上げ、みんなで考え合うようにする。式や答えなど結果を先に取り上げ、過程を逆思考させることも考えられる。また、個人思考の時間に考えの一部を「部分提示」として板書させ、考えた子供と違う子供に「他者説明」させることが「集団思考」を充実する基本と考える。

引用・参考文献

- ・文部科学省、「学習指導要領（平成二十九年告示）解説 数学編」，日本文教出版，2018
- ・湊三郎，「練り合い、練り上げ、振り返る活動の意義 CREAR7 多様な考えを生かせる子ども」，ニチブン，1999，pp. 229-234
- ・早勢裕明 編著、『中学校数学科 Before&After でみる 実践！全単元の「問題解決の授業」』，明治図書，2020